CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

BAREM

CLASA A IX-A

(3 ore/săptămână)

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	Din inegalitatea mediilor avem $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$	**3p**
	Şi $\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{1}{abc}}$	**3p**
	Din înmulţirea lor obţinem inegalitatea cerută.	**3p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Se foloseşte $b=a+r$, $c=a+2r$, $d=a+3r$	**2p**
	Se înlocuieşte în sistem, şi se ajunge la ecuaţia de gradul al doilea: $a^2-8a+7=0$	**4p**
	Rezolvarea ecuaţiei de gradul al doilea, $a_1=7$, $a_2=1$.	**1p**
	Caz I: $a=7, r=-2 \Rightarrow a^3+b^3+c^3+d^3=496$	**1p**
	Caz II: $a=1, r=2 \Rightarrow a^3+b^3+c^3+d^3=496$	**1p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
	Se arată că $k<\sqrt{k(k+1)}<k+1 \Rightarrow \left[\sqrt{k(k+1)}\right]=k$	**3p**
	Se înlocuieşte în relaţie pe $k=1,2,\ldots,n$	**3p**
	Obţinem $1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$	**3p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	M, Q, C coliniare dacă : $\overrightarrow{MC}=\alpha\overrightarrow{MQ}$	**1p**
	Fie P mijlocul lui AB	**1p**
	În ΔBCM avem $PN \parallel MC \Rightarrow \frac{MC}{PN}=\frac{BC}{BN}=\frac{3}{2} \Rightarrow MC=\frac{3}{2}PN \Rightarrow \overrightarrow{MC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{PN}$	**3p**
	În ΔAPN MQ este linie mijlocie $\Rightarrow \overrightarrow{MQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PN} \Leftrightarrow \overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{MQ}$	**3p**
	Deci $\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MQ} \Rightarrow M, Q, C$ sunt coliniare	**1p**